

# IL CURIOSO MONDO DELLE DIMOSTRAZIONI ONTOLOGICHE DELL'ESISTENZA DI DIO

**Samuele Maschio**

*Caffé filosofico*

Crema, 14 settembre 2015

Sono un logico matematico.

Mi occupo di sistemi formali, dimostrazioni di consistenza e di indipendenza, di fondamenti della matematica.

Stasera parlerò di fallacie e di ragionamenti.

Nel farlo sarò un po' ironico e un po' provocatorio (ma non troppo).

Paralleli ironici non mancano di rispetto.

La proposizione *Dio esiste* non ha formalmente nessuna superiorità rispetto a una qualsiasi proposizione ben scritta in italiano ad esempio

*Bandirali fa un ottimo gelato*

*Gli alieni sono simpatici.*

Il fatto che alcune persone possano **credere**, **sperare**, **desiderare** che Dio esiste non deve influenzare in alcun modo questa analisi.

(come già detto) Parlerò di fallacie e di ragionamenti.

Quando un ragionamento  $R$  che porta da premesse  $P$  a conclusioni  $C$  è sbagliato non vuol dire che  $C$  è sbagliato.

Nel giudicare il ragionamento questo non ha importanza.

Esempio: i ragionamenti

*Un tizio che abita a Crema ha derubato in una banca, quindi tutti i cremaschi sono ladri e*

*Ho visto un cremasco simpatico, quindi tutti i cremaschi sono simpatici*

contengono la stessa fallacia e quindi sono egualmente sbagliati. Anche se la seconda conclusione è vera 😊.

Innanzitutto alcuni argomenti che non sono prove ontologiche dell'esistenza di Dio. Per fare riscaldamento.

# Argomenti banalotti 1

**Dio esiste perché tante persone ci credono.**

Fallacia *ad judicium* o *ad populum*

*Maggiore è il numero di persone che credono a P,  
più P è vera o*

*Se una grande massa di persone crede in P, allora P  
è vera*

Molte persone leggono l'oroscopo. Molti italiani si rivolgono ai maghi. Per molti secoli in molti luoghi si è creduto nel malocchio. Il popolo crede alle leggende metropolitane. Gli spinaci contengono ferro.

## Argomenti banalotti 2

**Dio esiste perché c'è scritto nella Bibbia. E la Bibbia dice il vero perché l'ha ispirata Dio.**

Argomento circolare

Voglio dimostrare  $B$ , usando il fatto che  $A \Rightarrow B$ .

Ma in realtà  $B \Rightarrow A$ .

Di lui ci si può fidare: me lo ha detto lui!

Tra duecento anni sarà trovata una copia di *Viaggio al Centro della Terra* in uno scavo archeologico. Gli archeologi potranno concluderne l'esistenza del protagonista?

*Allah esiste. C'è scritto nel Corano, YHWH esiste.*

*C'è scritto nella Bibbia ecc... Se uno di questi ragionamenti fosse valido, lo sarebbero tutti...*

# Argomenti banalotti 3

**Dio esiste perché nessuno è riuscito a dimostrare che non esiste**

Fallacia *ad ignorantiam*

Se non si è riusciti a dimostrare non- $P$ , allora  $P$  è vera.

lo Yeti esiste

una persona assolta per un reato è necessariamente innocente?



# Argomenti banalotti 4

## **Dio esiste perché io lo sento nel cuore**

Fallacia di *appello all'emozione*





Dato che una serie di emozioni mi dice che  $P$  è vera, allora  $P$  è vera.

Babbo Natale esiste.

Da piccolo sentivo veramente nel cuore che esisteva e lottavo contro coloro che la negavano.

*Vorrà dire che i vostri genitori devono fare le veci di Babbo Natale, perché voi non ve lo meritate!*

# Un argomento pratico: la scommessa di Pascal

Pascal \ Realtà	E	NE
E		
NE		

- 1 Piuttosto utilitarista...
- 2 Siamo sicuri che un eventuale Dio si accontenti del fatto che crediamo in lui in virtù di ragionamenti di convenienza per salvarci...
- 3 E se devo scegliere tra più divinità?
- 4 E se mi trovo in un contesto dove il credere nell'esistenza comporta un sacrificio importante...teoria delle decisioni, utilità, valutazione soggettiva di probabilità

# Dimostrazioni ontologiche

Dimostrazioni che fanno uso della sola logica per dimostrare l'esistenza di Dio.

Puntano a far vedere che l'*Esistenza di Dio* segue dalle sue stesse proprietà per mezzo delle sole regole logiche.

Nate nel medioevo durante il periodo della Scolastica per sposare Ragione e Fede.

# I due protagonisti delle prossime slide

Anselmo d'Aosta/Canterbury	Kurt Gödel
1033/1034	1906
1109	1978
Regno di Arles	Austriaco/Statunitense
Teologo, filosofo, monaco, arcivescovo, Santo	Matematico, Logico, Filosofo
Lavoro sulla logica in particolare in relazione all'esistenza di Dio	Teorema di Completezza Teoremi di Incompletezza Ipotesi del Continuo

# La dimostrazione di Sant'Anselmo

- 1 È una verità concettuale (o per dire, vera per definizione) che Dio è un essere di cui non si può immaginare nulla di più grande (ovvero l'essere più grande immaginabile).
- 2 Dio esiste come idea nella mente.
- 3 Un essere che esiste nella mente e nella realtà è, essendo le altre caratteristiche uguali, più grande rispetto all'essere che esiste solo come idea nella mente.
- 4 Quindi, se Dio esiste solo come un'idea nella mente, allora possiamo immaginare qualcosa di più grande di Dio (un Dio che esiste anche nella realtà).
- 5 Ma non possiamo immaginare qualcosa di più grande di Dio.
- 6 Quindi Dio esiste.

# Cosa dimostra?

Cosa dimostra veramente?

Risposta stupida: *Che se ingarbugli abbastanza un argomento può sembrare che hai dimostrato qualcosa.*

Risposta intelligente: *Anche ammesso che sia tutto ben definito, si dimostra solo che se immagini Dio, lo immagini esistente.*

Ma se immagini che una cosa sia esistente, non vuol dire che esiste.

Posso facilmente immaginare un unicorno: me lo immagino qui tra noi, seduto lì in fondo.

Ne trarreste l'esistenza nella realtà?

# Ancora...

Altro problema: non è tutto ben definito:  
cosa vuol dire più grande?

le proprietà devono essere positive?

l'esistenza può essere un attributo? Classicamente è  
un quantificatore...

Può esserci qualcosa di più grande di Dio che io non  
riesco ad immaginare, è una situazione che non è  
esclusa dalla definizione di Dio.



# DIMOSTRAZIONI FORMALI

# Quale linguaggio?

- 1 ho bisogno di simboli per parlare di oggetti: variabili  $x, y, z, \dots$  (prim'ordine)
- 2 ho bisogno di simboli per parlare di proprietà di oggetti  $\phi, \psi, \dots$  (second'ordine)
- 3 ho bisogno di connettivi  $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg$  e quantificatori di oggetti e proprietà  $\forall x, \exists x, \forall \phi, \exists \phi$
- 4 a volte ho bisogno di relazioni speciali per proprietà o oggetti ( $Pos(\phi), x < y, E(x)$ )
- 5 a volte ho bisogno di speciali quantificatori ( $\forall_I x, \exists_I x?$ )
- 6 a volte ho bisogno di operatori modali ( $\square, \diamond$ )

# Definire la divinità

Definire Dio = dare le proprietà di Dio = o meglio definire un predicato  $Dio(x)$  tramite abbreviazione.

Se dimostro  $\exists x Dio(x)$  ho dimostrato l'esistenza di un oggetto che soddisfa la proprietà di essere dio.

Se dimostro  $\forall x \forall y (Dio(x) \wedge Dio(y) \rightarrow x = y)$  dimostro che non possono esserci due dei.

Se dimostro

$\exists x Dio(x) \wedge \forall x \forall y (Dio(x) \wedge Dio(y) \rightarrow x = y)$  dimostro che esiste un unico dio.

In S. Anselmo

$Dio(x) \equiv$

Non posso immaginare nulla di più grande di  $x \equiv$

$\forall y(y < x)$

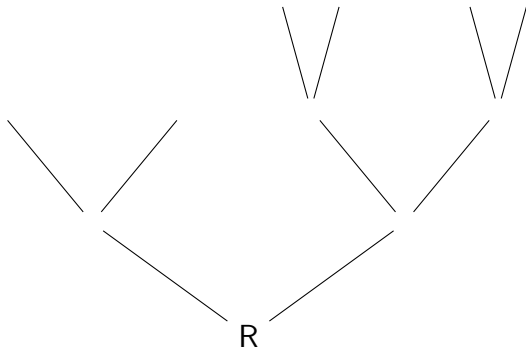
In Gödel

$$Dio(x) \equiv$$

$x$  ha tutte le proprietà positive  $\equiv$

$$\forall \phi (Pos(\phi) \rightarrow \phi(x))$$

# Dimostrazione formale? Un albero



in ogni nodo: proposizione di un certo linguaggio formale

le proposizioni in ogni foglia si chiamano assunzioni

la proposizione in ogni nodo è derivata dalle proposizioni sopra di lei per mezzo di una legge logica

Se nella dimostrazione tutte le assunzioni sono assiomi logici, allora ho dimostrato la proposizione che si trova alla radice dell'albero, nel sistema logico che considero.

$$\textit{Logica} \vdash R$$

Se nella dimostrazione ho assunzioni  $A_1, \dots, A_n$  che non sono assiomi logici, allora ho dimostrato la proposizione che si trova alla radice dell'albero si può derivare da tali assunzioni, nel sistema logico che considero.

$$A_1, \dots, A_n \vdash R$$

# Anselmo's remastered

- 1  $Dio(x) \equiv \neg \exists_I y (y > x)$
- 2  $\exists_I x (Dio(x))$
- 3  $\forall \phi (\phi(x) \rightarrow \phi(y)) \wedge E(y) \rightarrow x \leq y$
- 4  $\exists_I x (Dio(x) \rightarrow \exists y (\forall \phi (\phi \neq E \wedge \phi(x) \rightarrow \phi(y)) \wedge E(y)))$
- 5  $Dio(x) \wedge \neg E(x) \rightarrow \exists_I y (y > x)$
- 6  $Dio(x) \rightarrow E(x)$



Cosa dimostra: che se qualcosa è Dio, allora esiste.  
Ma devo dimostrare che qualcosa è Dio e a quel punto mi è del tutto inutile il fatto che esiste, perché a quel punto lo so già!

Assunzioni nascoste su  $<$ ? ( $\forall x \forall y (x < y \vee x = y \vee y < x)$ ).

# Gödel's proof

AX1  $Pos(\phi) \wedge Pos(\psi) \rightarrow Pos(\phi \wedge \psi)$

AX2  $(Pos(\phi) \vee Pos(\neg\phi)) \wedge \neg(Pos(\phi) \wedge Pos(\neg\phi))$

Def1  $Dio(x) \leftrightarrow \forall\phi(Pos(\phi) \rightarrow \phi(x))$

Def2  $Ess(\phi, x) \leftrightarrow \forall\psi(\psi(x) \rightarrow \Box\forall y(\phi(y) \rightarrow \psi(y)))$

AX3  $Pos(\phi) \rightarrow \Box(Pos(\phi))$

AX4  $Pos(\phi) \rightarrow \Box(\neg Pos(\phi))$

Teor  $Dio(x) \rightarrow Ess(Dio, x)$

Def3  $N(x) \leftrightarrow \forall\phi(Ess(\phi, x) \rightarrow \Box\exists y\phi(y))$

AX5  $Pos(N)$

Teor  $Dio(x) \rightarrow \Box\exists yDio(y)$

Teor  $\Diamond\exists yDio(y) \rightarrow \Box\exists yDio(y)$

AX6  $Pos(\phi) \wedge \Box(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow Pos(\psi)$

Teor  $Pos(x = x) \wedge \neg Pos(\neg x = x)$

AX7  $\Diamond\exists yDio(y) \leftrightarrow \neg Pos(\perp)$

Teor  $\Box\exists xDio(x)$

Teor  $\exists xDio(x)$